

# **MODELACIÓN DEL CORTE ORTOGONAL UTILIZANDO LA TEORÍA PREDICTIVA DE OXLEY**

**M.Sc. Osmany Medina Borges, M.Sc. Omar López Armas,  
Dr.C. Ramón Quiza Sardiñas, Dr.C. Marcelino Rivas Santana**

*Universidad de Matanzas “Camilo Cienfuegos”, Autopista a  
Varadero km 3½, Matanzas 44740, Cuba.*

## Resumen.

El corte ortogonal es uno de los enfoques más utilizados en el estudio de corte de metales, debido a la combinación de simplicidad y amplio rango de predicciones. Este trabajo presenta la implementación de la teoría predictiva de Oxley, para la simulación del corte ortogonal en forma de una aplicación informática. Los resultados obtenidos se compararon con valores experimentales y con resultados simulados mediante el método de elementos finitos. Ambos modelos mostraron una buena coincidencia con respecto a las componentes de la fuerza de corte y la velocidad de la viruta. No obstante, las predicciones de fuerza de corte del modelo de Oxley fueron más precisas que las obtenidas del modelo de elementos finitos.

**Palabras claves:** Corte ortogonal; Teoría predictiva de Oxley; Fuerzas de corte; Temperatura.

---

## 1. Bases de la modelación del corte ortogonal.

La modelación del corte ortogonal, parte de las condiciones de corte (velocidad de corte,  $v$ ; ancho de la viruta sin deformar,  $t$ ; y espesor de la viruta,  $w$ ), de las propiedades del material elaborado y de la geometría de la herramienta.

El corte ortogonal (ver Fig. 1) es aquel donde se supone que la dirección de corte es perpendicular al filo de la herramienta, de forma tal que todo el proceso puede considerarse como bidimensional. Convencionalmente se considera que la herramienta permanece fija mientras que se mueve la pieza, lo que correspondería a un proceso de torneado, pero ya que el movimiento es relativo, también puede aplicarse a un proceso de acepillado, donde la pieza permanece fija y la herramienta es la que se mueve (Mohammadpour et al. 2010).

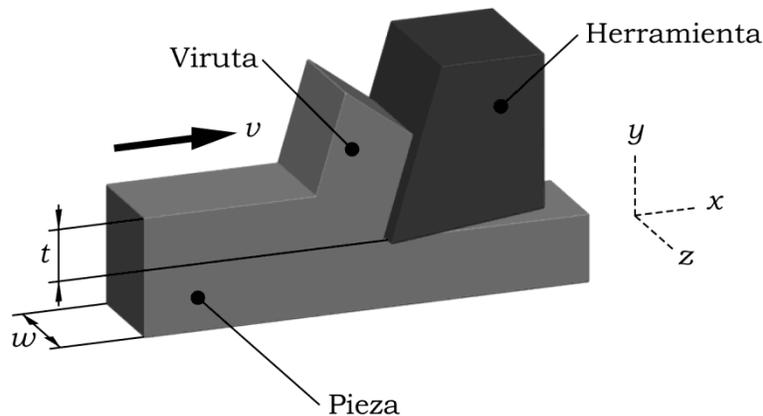


Figura 1 Esquema general del corte ortogonal.

Según la teoría de Oxley, la formación de la viruta se produce como consecuencia de la deformación del material en la llamada zona principal de cizallamiento (ZPC) (ver Fig. 2),

alrededor del plano de cizallamiento (AB). La longitud de dicho plano de cizallamiento,  $l$ , se calcula por:

$$l = \frac{t}{\sin \phi}; \quad (1)$$

donde  $\phi$  es el ángulo de cizallamiento. Se considera que la ZPC tiene un ancho,  $\Delta S_I$ , con lo cual se define la constante de velocidad de deformación:

$$C_0 = \frac{l}{\Delta S_I}. \quad (2)$$

También tiene lugar deformación plástica en la zona secundaria de cizallamiento (ZSC), localizada en la interfaz herramienta-pieza, la cual tiene un ancho,  $\Delta S_{II}$ , y una longitud,  $h$ . Se puede definir, entonces, la razón,  $\delta$ , entre el ancho de dicha zona y el ancho de la viruta deformada,  $t_c$ :

$$\delta = \frac{\Delta S_{II}}{t_c}. \quad (3)$$

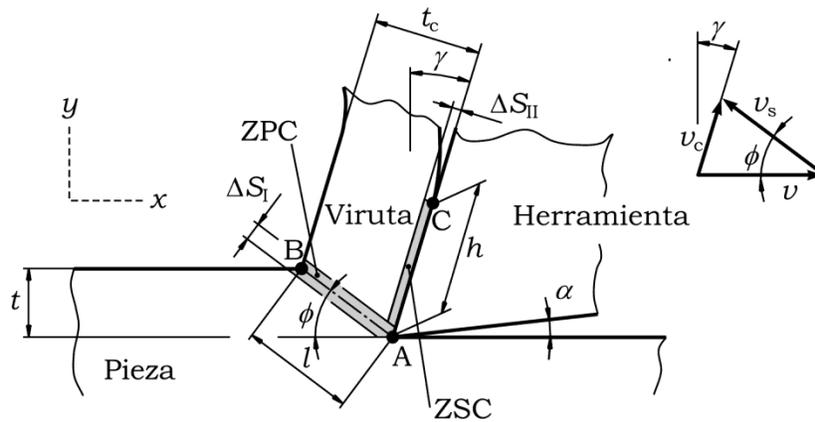


Figura 2 Geometría de la viruta en el corte ortogonal

Por su parte, el ancho de la viruta deformada,  $t_c$ , se puede calcular mediante la expresión:

$$t_c = \frac{\cos(\phi - \gamma)}{\sin \phi} t; \quad (4)$$

donde  $\gamma$  es el ángulo de ataque de la herramienta.

Las velocidades de la viruta,  $v_c$ , y de cizallamiento,  $v_s$ , a su vez, se relacionan con la velocidad de corte mediante las expresiones:

$$v_c = \frac{v \cos \gamma}{\cos(\phi - \gamma)}; \quad (5)$$

$$v_s = \frac{v \sin \gamma}{\cos(\phi - \gamma)}. \quad (6)$$

Otro aspecto importante a considerar son las fuerzas que actúan en el sistema. La fuerza de corte resultante,  $R$  (ver Fig. 3), puede descomponerse de varias formas. En primer lugar, puede descomponerse en una fuerza de corte principal,  $F_c$ , en la dirección del corte, y una fuerza en la dirección perpendicular ésta,  $F_t$ :

$$F_c = R \cos(\lambda - \gamma); \quad (7)$$

$$F_t = R \sin(\lambda - \gamma) \quad (8)$$

donde  $\lambda$  es el ángulo de fricción, el cual se forma entre la componente normal de la fuerza sobre la superficie de ataque,  $N$ , y la resultante. La relación entre esta fuerza normal y la fuerza de fricción,  $F$ , perpendicular a ella, con la fuerza de corte resultante, está dada por:

$$N = R \cos \lambda; \quad (9)$$

$$F = R \sin \lambda. \quad (10)$$

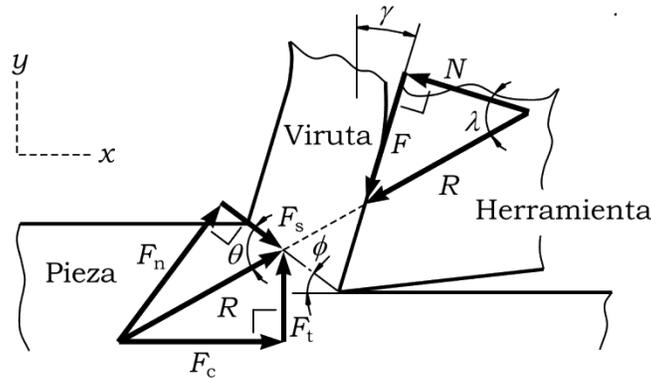


Figura 3 Sistemas de fuerzas en el corte ortogonal

La tangente del ángulo de fricción se conoce como coeficiente de fricción medio de la interfaz herramienta-viruta,  $\mu$ :

$$\mu = \tan \lambda = \frac{F}{N}. \quad (11)$$

Finalmente, la fuerza de corte resultante pueden considerarse como formada por una componente que actúa sobre el plano de cizallamiento,  $F_s$ , y otra que actúa perpendicularmente a éste,  $F_n$ :

$$F_s = R \cos \theta; \quad (12)$$

$$F_n = R \sin \theta; \quad (13)$$

siendo  $\theta$  el ángulo entre la fuerza de corte resultante y el plano de cizallamiento. Este ángulo se relaciona con los ángulos de cizallamiento,  $\phi$ , de fricción,  $\lambda$ , y de ataque,  $\gamma$ , mediante la expresión:

$$\theta = \phi + \lambda - \gamma. \quad (14)$$

## 2. Física del corte ortogonal.

La teoría predictiva de Oxley explica las relaciones entre los diferentes parámetros que tienen lugar en el corte ortogonal. Aunque parte de condiciones idealizadas, sus predicciones concuerdan aceptablemente con los datos experimentales (Lalwani et al. 2009). La teoría de Oxley se basa por un lado, en el análisis de la deformación plástica que tiene lugar en las zonas de cizallamiento primaria y secundaria y, por el otro, en el equilibrio térmico del sistema (Brocaill et al. 2010).

La deformación plástica que tiene lugar en la ZPC, se puede reflejar a través de la ecuación:

$$F_s = k_{AB} l w; \quad (15)$$

donde  $k_{AB}$  es la tensión de flujo plástico sobre el plano de cizallamiento. Debido al comportamiento termo-viscoplástico del material, esta tensión depende de la deformación,  $\varepsilon_{AB}$ , la velocidad de deformación,  $\dot{\varepsilon}_{AB}$ , y la temperatura del material,  $T_{AB}$ , en dicho plano.

Originalmente (Childs et al. 2000) esta relación tenía forma exponencial:

$$k_{AB} = \frac{\sigma_{AB}}{\sqrt{3}} = \frac{1}{\sqrt{3}} \sigma_1 \varepsilon_{AB}^n; \quad (16)$$

donde los coeficientes  $\sigma_1$  y  $n$ , dependen del material y son funciones de la llamada temperatura modificada por la velocidad de deformación,  $T_{mod}$ , que se calcula por la expresión:

$$T_{mod} = \left( 1 - \nu \ln \frac{\dot{\varepsilon}_{AB}}{\dot{\varepsilon}_0} \right) T_{AB}; \quad (17)$$

siendo  $n$  y  $\dot{\varepsilon}_0$  constantes que también dependen del material.

Posteriormente, se han propuesto otros modelos más precisos y homogéneos para describir la termo-viscoplasticidad (Chaboche 2008). Dentro de ellos, se destaca el de Johnson-Cook (Özel y Zeren 2004), dado por la ecuación:

$$k_{AB} = \frac{\sigma_{AB}}{\sqrt{3}} = \frac{1}{\sqrt{3}} (A + B\varepsilon_{AB}^n) \left( 1 + C \ln \frac{\dot{\varepsilon}_{AB}}{\dot{\varepsilon}_0} \right) \left[ 1 - \left( \frac{T_{AB} - T_0}{T_M - T_0} \right)^m \right]; \quad (18)$$

en la cual  $A$  es la tensión de fluencia del material a temperatura ambiente,  $T_0$ ;  $B$ , el coeficiente de endurecimiento por deformación;  $n$ , el exponente de endurecimiento por deformación;  $C$ , es el factor de velocidad de deformación;  $\dot{\varepsilon}_0$ , la velocidad de deformación de referencia;  $T_M$ , la temperatura de fusión del material; y  $m$ , el exponente de ablandamiento térmico.

Durante la deformación plástica en la ZCP, la deformación infinitesimal en el plano de cizallamiento,  $\varepsilon_{AB}$ , está dada por:

$$\varepsilon_{AB} = \frac{\gamma_{AB}}{\sqrt{3}} = \frac{1}{2\sqrt{3}} \frac{\cos \gamma}{\sin \phi \cos(\phi - \gamma)}; \quad (19)$$

mientras que la velocidad de deformación,  $\dot{\varepsilon}_{AB}$ , se obtiene mediante la expresión:

$$\dot{\varepsilon}_{AB} = \frac{\dot{\gamma}_{AB}}{\sqrt{3}} = \frac{1}{\sqrt{3}} \frac{C_0 v_s}{l}. \quad (20)$$

Asumiendo que la distribución de tensiones normales a lo largo del plano AB es lineal, y aplicando el principio de mínima energía, se obtiene la relación:

$$\tan \theta = 1 + 2 \left( \frac{\pi}{4} - \phi \right) - C_0 n_{eq}; \quad (21)$$

donde  $n_{eq}$  es el exponente equivalente de endurecimiento por deformación que, para la ecuación de Johnson-Cook, toma la forma:

$$n_{eq} \approx \frac{nB\varepsilon_{AB}^n}{(A + B\varepsilon_{AB}^n)}. \quad (22)$$

Desde el punto de vista térmico, la temperatura media en el plano AB,  $T_{AB}$ , está dada por la expresión:

$$T_{AB} = T_0 + \eta \Delta T_I; \quad (23)$$

donde  $\eta$  es la fracción de la energía total de deformación que aparece como calor sensible, mientras que  $(1 - \eta)$  es almacenada en la viruta como calor latente (usualmente, se considera que  $\eta = 0.9$ ); y  $T_1$  es el incremento de temperatura en la ZPC. Este incremento, a su vez, puede calcularse considerando el trabajo de deformación plástica en dicha zona:

$$\Delta T_1 = \frac{(1 - \beta)F_s v_s}{m_c c_p}; \quad (24)$$

donde  $m_c$  es la masa de la viruta;  $c_p$ , la capacidad calorífica del material maquinado; y  $\beta$ , la fracción de calor conducido a la pieza desde la ZPC.

La masa de la viruta, a su vez, se determina como:

$$m_c = \rho v t w; \quad (25)$$

donde  $\rho$  es la densidad;  $v$ , la velocidad de corte;  $t$ , el ancho de la viruta sin deformar; y  $w$ , el espesor de corte. La fracción de calor conducido a la pieza, por su parte, está dado por la ecuación empírica:

$$\beta = \begin{cases} 0.5 - 0.35 \log_{10}(R_T \tan \phi): & 0.04 < R_T \tan \phi \leq 10 \\ 0.3 - 0.15 \log_{10}(R_T \tan \phi): & R_T \tan \phi > 10 \end{cases}; \quad (26)$$

donde el número térmico adimensional:

$$R_T = \frac{\rho c_p v t}{\kappa}; \quad (27)$$

depende de la capacidad calorífica,  $c_p$ ; de la velocidad de corte,  $v$ ; del ancho de corte,  $t$ ; y de la conductividad térmica del material,  $\kappa$ .

Otro aspecto importante, es la tensión normal en el punto B,  $\sigma'_N$ , que se calcula considerando las condiciones de frontera de la tensión y que, para el flujo plástico dado por el modelo de Johnson-Cook, toma la forma:

$$\sigma'_N = k_{AB} \left( 1 + \frac{\pi}{2} - 2\alpha - 2C_0 n_{eq} \right). \quad (28)$$

Por otro lado, esta misma tensión normal,  $\sigma_N$ , pero considerada en la ZSC, sobre la interfaz herramienta-viruta, está dada por la expresión:

$$\sigma_N = \frac{N}{hw}; \quad (29)$$

donde  $h$  es la longitud de la interfaz, la cual se puede calcular considerando el equilibrio de momento, sobre el punto B, de las tensiones normales sobre el plano de cizallamiento, lo cual conduce a la expresión:

$$h = \frac{t \sin \theta}{\cos \lambda \sin \phi} \left\{ 1 + \frac{C_0 n_{\text{eq}}}{3 \left[ 1 + 2(\pi/4 - \phi) - C_0 n_{\text{eq}} \right]} \right\}. \quad (30)$$

En la ZSC, correspondiente a la interfaz herramienta-viruta, la deformación infinitesimal equivalente,  $\varepsilon_{\text{int}}$ , se determina como:

$$\varepsilon_{\text{int}} = \frac{1}{\sqrt{3}} \left( \frac{2C_0 v_s}{l} + \frac{h}{2\delta t_c} \right); \quad (31)$$

mientras que la velocidad de deformación,  $\dot{\varepsilon}_{\text{int}}$ , está dada por:

$$\dot{\varepsilon}_{\text{int}} = \frac{1}{\sqrt{3}} \frac{v_c}{\delta t_c}. \quad (32)$$

Finalmente, la temperatura media de la interfaz herramienta-viruta,  $T_{\text{int}}$ , se obtiene mediante:

$$T_{\text{int}} = T_0 + \Delta T_I + \psi \Delta T_{\text{max}}; \quad (33)$$

siendo  $\Delta T_{\text{max}}$  el incremento máximo de la temperatura de la viruta, que tiene lugar en la interfaz; y  $\psi$  es un factor que refleja el hecho de que  $T_{\text{int}}$  es un valor medio (usualmente  $\psi = 0.9$ ).

Asumiendo una fuente de calor rectangular en la interfaz, el incremento máximo de la temperatura se puede calcular como:

$$\log_{10} \left( \frac{\Delta T_{\text{max}}}{\Delta T_c} \right) = 0.06 - 0.195 \delta \sqrt{\frac{R_T t_c}{t}} + 0.5 \log_{10} \left( \frac{R_T t_c}{h} \right); \quad (34)$$

donde  $\Delta T_c$  es el incremento medio de la temperatura en la viruta:

$$\Delta T_c = \frac{F v_c}{m_c c_p}. \quad (35)$$

Con la deformación infinitesimal, la velocidad de deformación y la temperatura, en la interfaz herramienta-viruta, se puede calcular la tensión de flujo plástico, a través del modelo de Jonhson-Cook:

$$k_{int} = \frac{1}{\sqrt{3}} \left( A + B \varepsilon_{int}^n \right) \left( 1 + C \ln \frac{\dot{\varepsilon}_{int}}{\dot{\varepsilon}_0} \right) \left[ 1 - \left( \frac{T_{int} - T_0}{T_M - T_0} \right)^m \right]. \quad (36)$$

A su vez, la tensión tangencial en esta ZSC, viene dada por la ecuación:

$$\tau_{int} = \frac{F}{hw}. \quad (37)$$

La simulación del proceso de corte, basada en las expresiones anteriores, se lleva a cabo buscando los valores del ángulo de cizallamiento,  $\phi$ , de la constante de velocidad de deformación,  $C_0$ ; y de la razón entre el ancho de la ZSC y de la viruta deformada,  $\delta$ , que hacen que las ecuaciones del modelo se satisfagan simultáneamente.

### 3. Definición de los algoritmos.

Para calcular las variables que intervienen en el proceso de corte ortogonal, se requiere como datos los parámetros de régimen de corte (velocidad,  $v$ ; ancho de la viruta sin deformar,  $t$ ; y espesor de corte,  $w$ ). También es necesario conocer las propiedades físicas del material (densidad de masa,  $\rho$ ; capacidad calorífica,  $c_p$ ; y conductividad térmica,  $\kappa$ ), las cuales, generalmente, son funciones de la temperatura; así como los parámetros de la ecuación de Johnson-Cook ( $A, B, n, C, \dot{\varepsilon}_0, T_0, T_M$  y  $m$ ). Adicionalmente, es preciso saber el ángulo de ataque de la herramienta,  $\gamma$ .

Con estos valores, hay que determinar los valores del ángulo de cizallamiento,  $\phi$ , de la constante de velocidad de deformación,  $C_0$ ; y de la razón entre el ancho de la ZSC y de la viruta deformada,  $\delta$ , que hacen que las ecuaciones del modelo se satisfagan simultáneamente.

El algoritmo principal consiste en determinar el valor de  $\delta$  que minimiza la fuerza de corte,  $F_c$ . Para ello (ver Fig. 4), la condición de mínimo:

$$\frac{\partial F_c}{\partial \delta} = 0; \quad (38)$$

es resuelta numéricamente, mediante el método de Newton-Raphson (Green y Perry 2008, p. 3-44), el cual parte de un punto inicial (semilla) y calcula iterativamente los nuevos valores de la función a partir del punto anterior y de su derivada, la cual, también, es evaluada numéricamente.

El ciclo finaliza cuando el valor de la función es menor que cierto valor prefijado,  $\Delta$ , y, entonces, de calcula el valor de  $C_0$  con la  $\delta$  determinada, a través de la función *eval\_c\_0*. Si se alcanza un número preestablecido,  $N_{max}$ , de iteraciones sin convergencia, el algoritmo se detiene dando el correspondiente error.

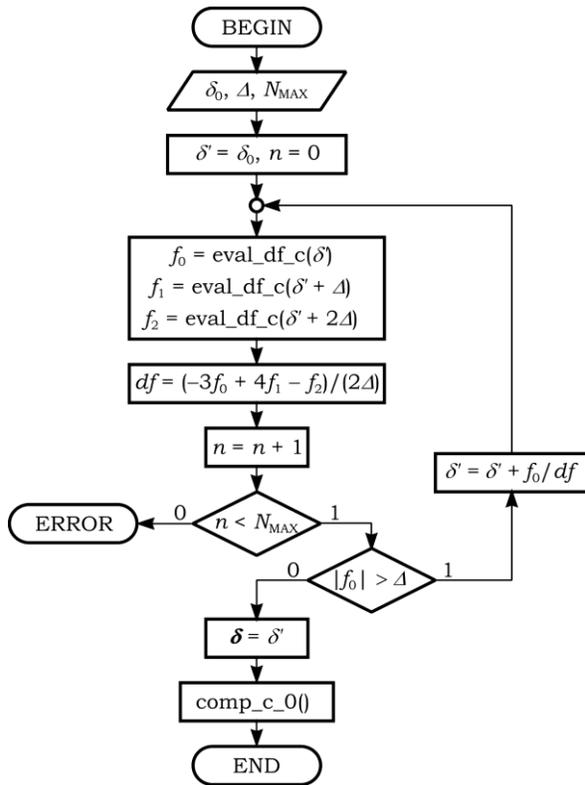


Figura 4 Algoritmo principal de cálculo.

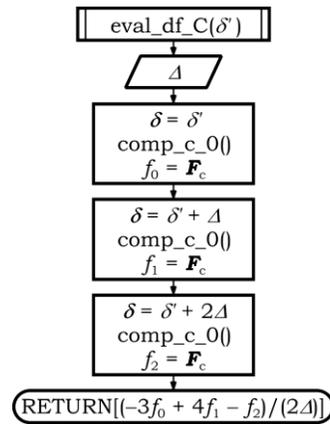


Figura 5 Algoritmo de evaluación de  $\partial F_c / \partial \delta$

Los valores de la derivada de la fuerza de corte,  $\partial F_c / \partial \delta$ , son evaluados a través de la función *eval\_df\_c*, cuyo algoritmo se muestra en la Fig. 5. Como se puede ver, esta función utiliza la interpolación de tres puntos de Lagrange (Green y Perry 2008, p. 3-44):

$$\left. \frac{df}{dx} \right|_{x=x_0} = \frac{-3f(x_0) + 4f(x_0 + \Delta) - f(x_0 + 2\Delta)}{2\Delta}; \quad (39)$$

para calcular la derivada.

Tanto el algoritmo de cálculo principal como la función *eval\_df\_c*, hacen referencia a la función *comp\_c\_0*, la cual calcula el valor de la constante de velocidad de deformación,  $C_0$ . Dicha función (ver Fig. 6), también aplica el método de Newton-Raphson para calcular el cero de la función:

$$\sigma_N(C_0) - \sigma'_N(C_0) = 0; \quad (40)$$

donde  $\sigma_N$  y  $\sigma'_N$  son calculadas por la ecuaciones (29) y (28), respectivamente.

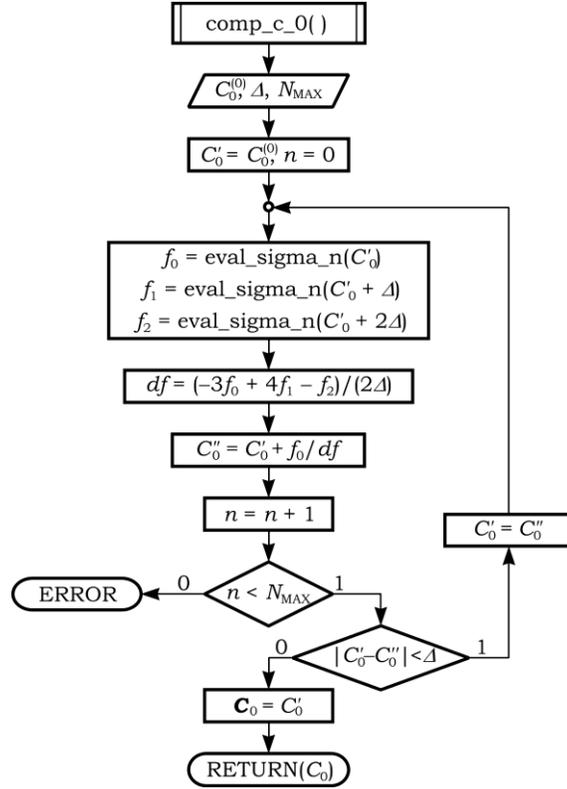


Figura 6 Algoritmo de cálculo de  $C_0$

A su vez,  $comp\_c\_0$  utiliza la función  $eval\_sigma\_n$ , la cual (ver Fig. 7), llama a la función  $comp\_phi$  y, luego, calcula los valores de  $\sigma'_N$  y  $\sigma_N$  para, finalmente, devolver el valor de su diferencia.

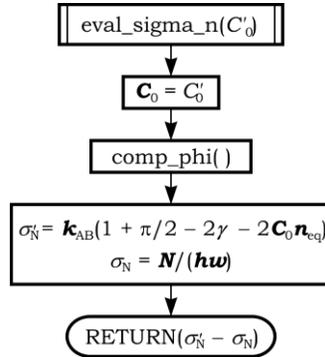


Figura 7 Algoritmo de evaluación de  $\sigma'_N - \sigma_N$

La función  $comp\_phi$  (ver Fig. 8), por su parte, calcula el valor del ángulo de cizallamiento,  $\phi$ , que hace cero la diferencia entre las tensiones  $\tau_{int}$  y  $k_{int}$ , calculadas, respectivamente, por las ecuaciones (37) y (36). Para ello, utiliza también el algoritmo de Newton-Raphson. La función  $eval\_phi$  (ver Fig 9), llamada desde  $comp\_phi$ , calcula la diferencia entre  $\tau_{int}$  y  $k_{int}$ ;

para ello, hace llamados a las funciones *comp\_geo*, *comp\_t\_ab*, *comp\_tau\_int*, *comp\_t\_c* y *comp\_k\_int* para, finalmente, devolver la diferencia entre las citadas tensiones.

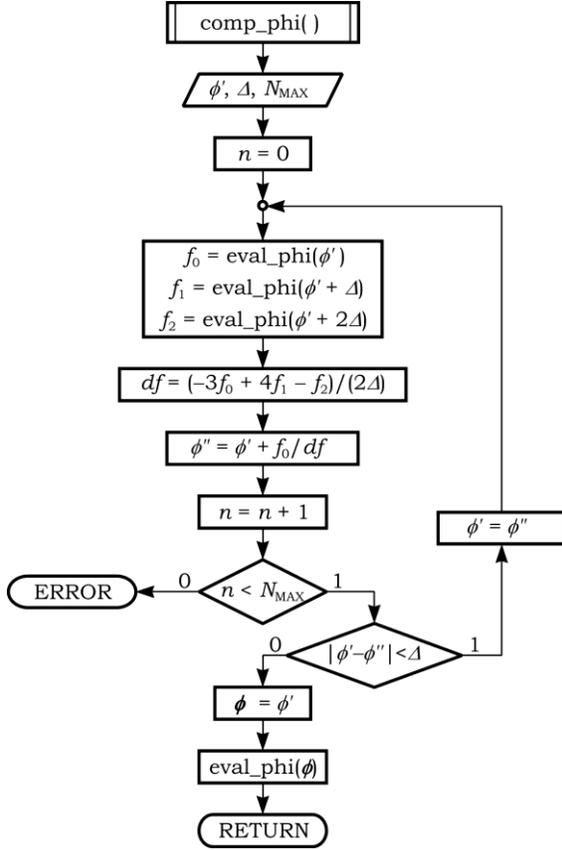


Figura 8 Algoritmo de cálculo de  $\phi$

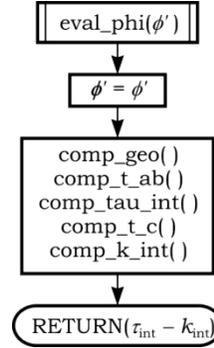


Figura 9 Algoritmo de evaluación de  $\tau_{int} - k_{int}$

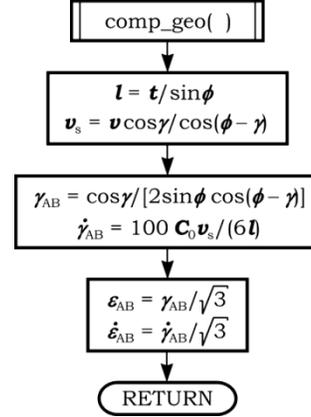


Figura 10 Algoritmo de cálculo de la geometría

La función *comp\_geo* (ver Fig. 10) calcula los parámetros geométricos del corte: la longitud del plano de cizallamiento,  $l$ ; la velocidad de cizallamiento,  $v_s$ ; la deformación infinitesimal,  $\varepsilon_{AB}$ ; y la velocidad de deformación en la ZPC,  $\dot{\varepsilon}_{AB}$ ; utilizando, respectivamente, las ecuaciones (1), (6), (19) y (20).

La función *comp\_t\_ab* (ver Fig. 11) utiliza el algoritmo de Newton-Raphson para calcular iterativamente el valor de la temperatura en la ZPC,  $T_{AB}$ , tal que la diferencia entre el valor supuesto de ésta (inicialmente la temperatura ambiente,  $T_0$ ) y el calculado por la expresión (23), sea mínima.

La expresión (23), junto con los términos necesarios para evaluarla: la fuerza de cizallamiento,  $F_s$  (ec. 15); el número adimensional  $R_T$  (ec. 27); la fracción de calor conducido a la pieza,  $\beta$  (ec. 26); la masa de la viruta,  $m_c$  (ec. 25) y el incremento de la temperatura en la ZPC,  $\Delta T_1$  (ec. 24), se implementan en la función *eval\_t\_ab*. (ver Fig. 12).

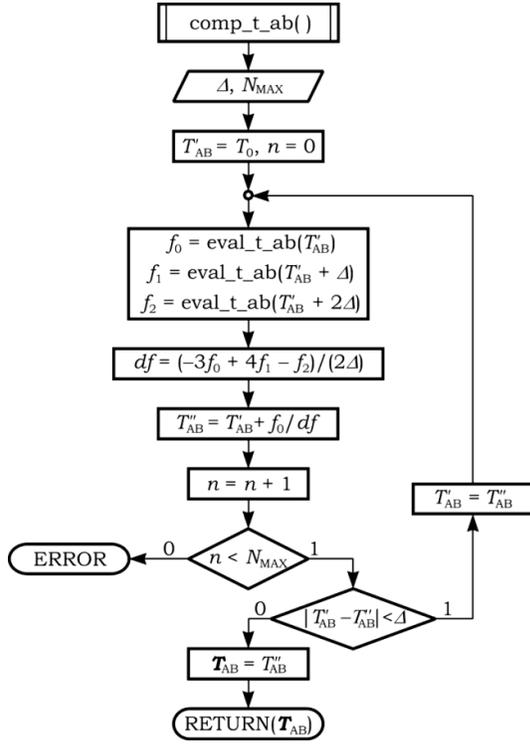


Figura 11 Algoritmo de cálculo de  $T_{AB}$

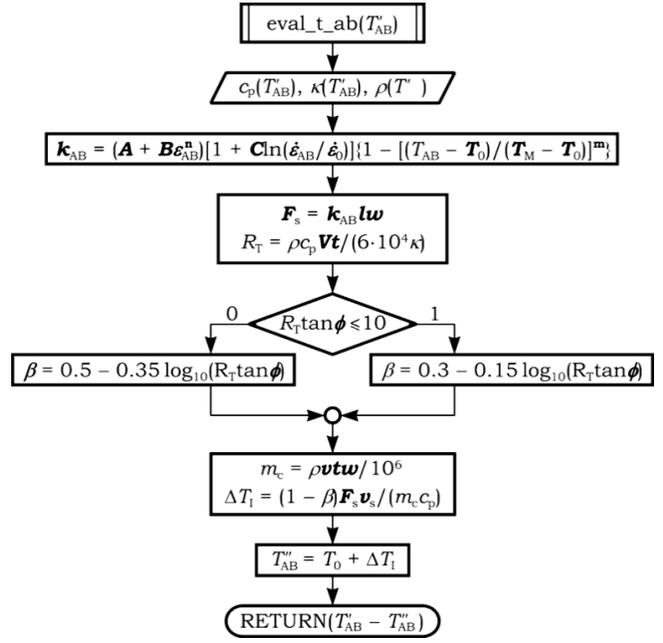


Figure 12 Algoritmo de evaluación de  $T_{AB}$

En la función *comp\_tau\_int* (ver Fig. 13), se calculan el exponente equivalente de endurecimiento por deformación,  $n_{eq}$  (ec. 22); el ángulo de la fuerza resultante sobre el plano de cizallamiento,  $\theta$  (ec. 21); el ángulo de fricción,  $\lambda$  (ec. 14); la fuerza resultante,  $R$  (ec. 12); la fuerza de fricción,  $F$  (ec. 10); la fuerza normal,  $N$  (ec. 9); la fuerza de corte principal,  $F_c$  (ec. 7); la fuerza de avance,  $F_i$  (ec. 8); el ancho de la viruta,  $t_c$  (ec. 4); la velocidad de la viruta,  $v_c$  (ec. 5); la longitud de la interfaz viruta-herramienta,  $h$  (ec. 30); la tensión tangencial en la ZSC,  $\tau_{int}$  (ec. 37); la deformación infinitesimal,  $\epsilon_{int}$  (1.31) y la velocidad de deformación en la ZSC,  $\dot{\epsilon}_{int}$  (ec. 32).

La función *comp\_t\_c*, (ver Fig. 14) a través del método de Newton-Raphson, calcula el valor de la temperatura de la viruta,  $T_c$ , mediante iteraciones sucesivas, evaluando los valores de esta variable mediante la función *eval\_t\_c* (ver Fig. 15). La misma, utiliza la expresión:

$$T_c = T_0 + \Delta T_I + \Delta T_c; \quad (41)$$

donde  $\Delta T_c$  es el incremento de la temperatura en la viruta, que se calcula por la ecuación (35).

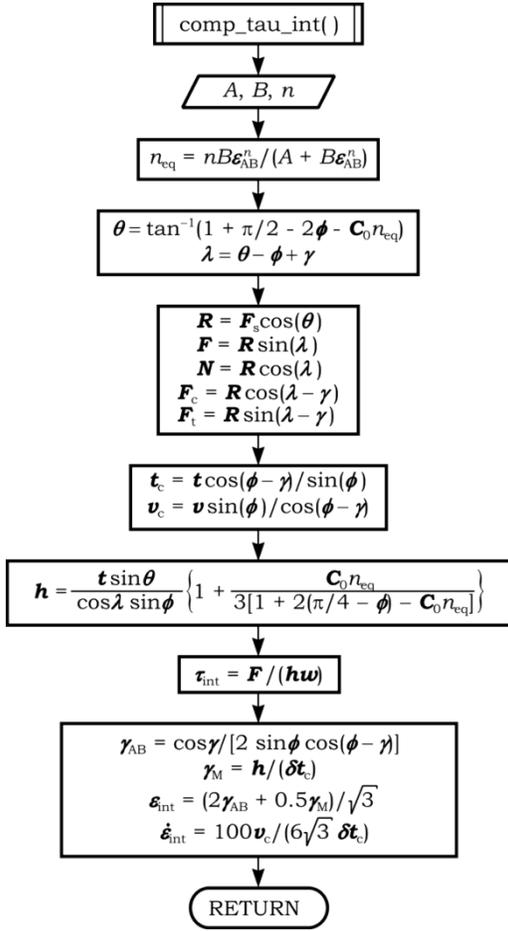


Figura 13 Algoritmo de cálculo de  $\tau_{int}$

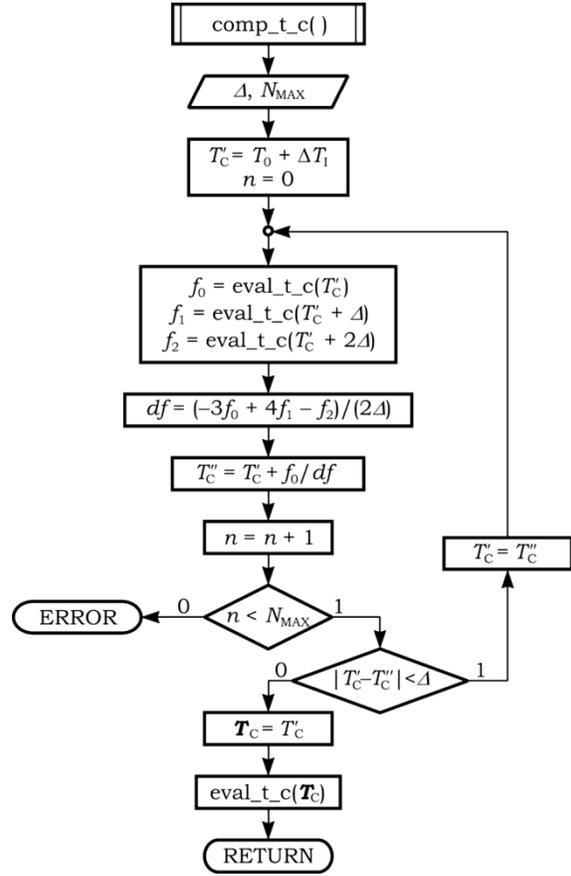


Figura 14 Algoritmo de cálculo de  $T_c$

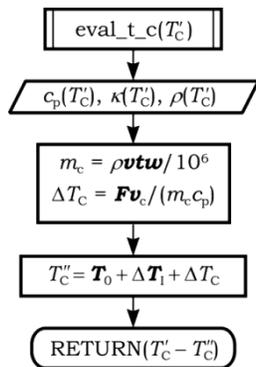


Figura 15 Algoritmo de evaluación de  $T_c$

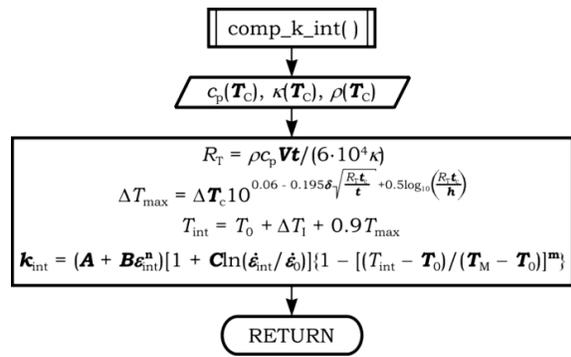


Figura 16 Algoritmo de cálculo de  $k_{int}$

Finalmente, la función  $comp\_k\_int$  (ver Fig. 15) determina la tensión de cizallamiento de flujo plástico en la interfaz viruta-herramienta,  $k_{int}$ , mediante el modelo de Johnson-Cook, evaluado a la temperatura de la interfaz,  $T_{int}$ , la cual se calcula por la expresión (33), y utilizando la deformación infinitesimal y la velocidad de deformación,  $\epsilon_{int}$  y  $\dot{\epsilon}_{int}$ , previamente determinadas.

#### 4. Implementación del programa.

Para implementar el código, se utilizó el lenguaje C++, con las librerías y el IDE de Qt 4.7.

##### 2.1 Ventana principal de la aplicación

El programa desarrollado (denominado como Technobits Orthcut) cuenta con una interfaz gráfica basada en el empleo de ventanas, las cuales permiten al usuario interactuar con el programa, entrando los datos necesarios y obteniendo los resultados correspondientes.

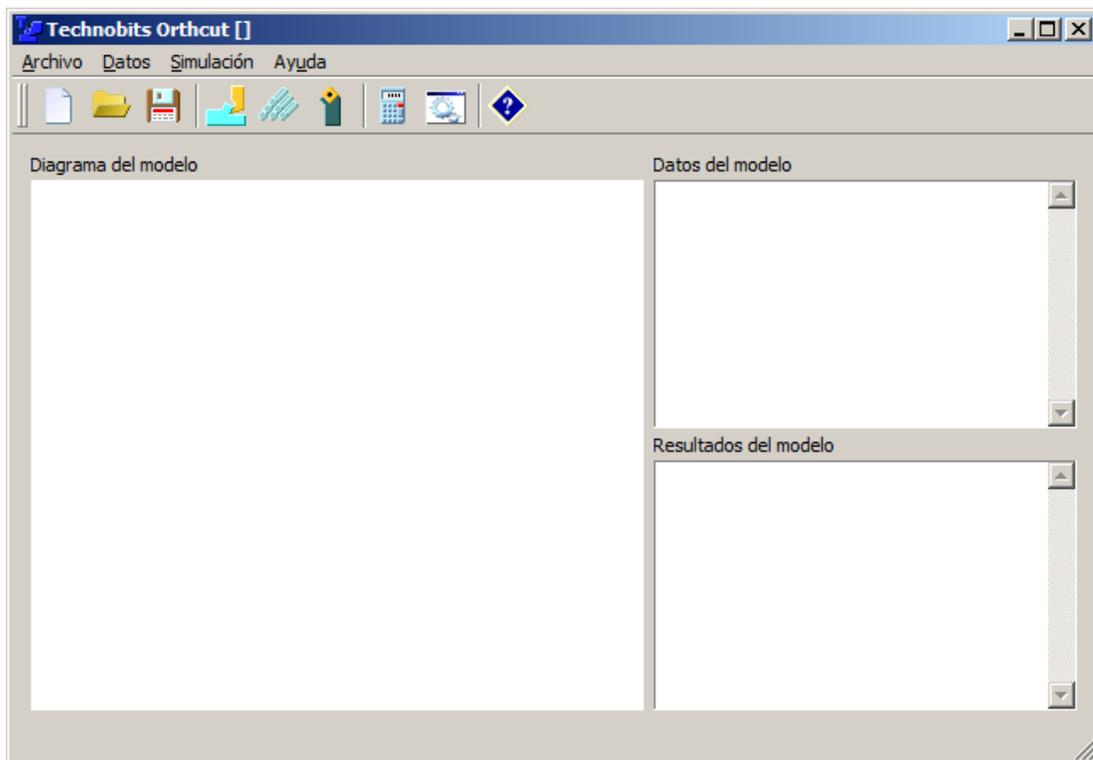


Figura 17 Ventana principal del programa

La ventana principal de la aplicación (ver Fig. 17) cuenta con un menú donde aparecen las operaciones a realizar con el programa. Las opciones más empleadas tienen combinaciones de teclas calientes para facilitar su ejecución.

Adicionalmente, el programa dispone de una barra de herramientas donde, a través de botones, se puede acceder a las opciones principales del menú.

Cuenta, además, la ventana principal, con tres áreas donde se muestran (no son editables directamente) el diagrama del modelo (a la izquierda de la ventana), los datos del mismo (a la derecha, arriba) y los resultados de la simulación (a la derecha, debajo).

El cuadro de diálogo «Datos de la operación» (Fig. 18) permite la entrada de los datos generales del proceso de corte ortogonal.

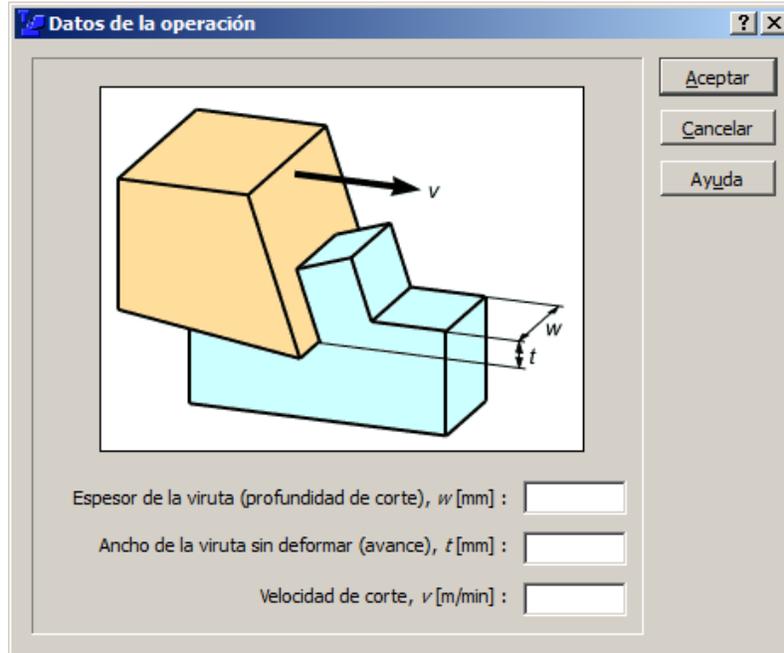


Figura 18 Cuadro de diálogo «Datos de la operación»

El cuadro de diálogo «Material de la pieza» permite introducir los datos correspondientes a las propiedades físicas del material a maquinarse (ver Fig. 19). Estos datos se agrupan en cuatro hojas a las cuales se puede acceder por las correspondientes pestañas. En las mismas, se introducen los datos de los modelos de plasticidad, calor específico, conductividad térmica y densidad de masa.

Para la plasticidad, se utiliza el modelo de Johnson-Cook:

$$\sigma(\varepsilon, \dot{\varepsilon}, T) = \left( A + B\varepsilon^n \right) \left( 1 + C \ln \frac{\dot{\varepsilon}}{\dot{\varepsilon}_0} \right) \left[ 1 - \left( \frac{T - T_0}{T_M - T_0} \right)^m \right]; \quad (42)$$

Por el contrario, para los modelos de calor específico, conductividad térmica y la densidad de masa se emplea el modelo polinomial:

$$x(T) = \sum_{i=0}^N c_i T^i; \quad (43)$$

donde  $x(T)$  es la variable que depende de la temperatura,  $N$  es el orden del modelo y  $c_i$  es el  $i$ -ésimo coeficiente.

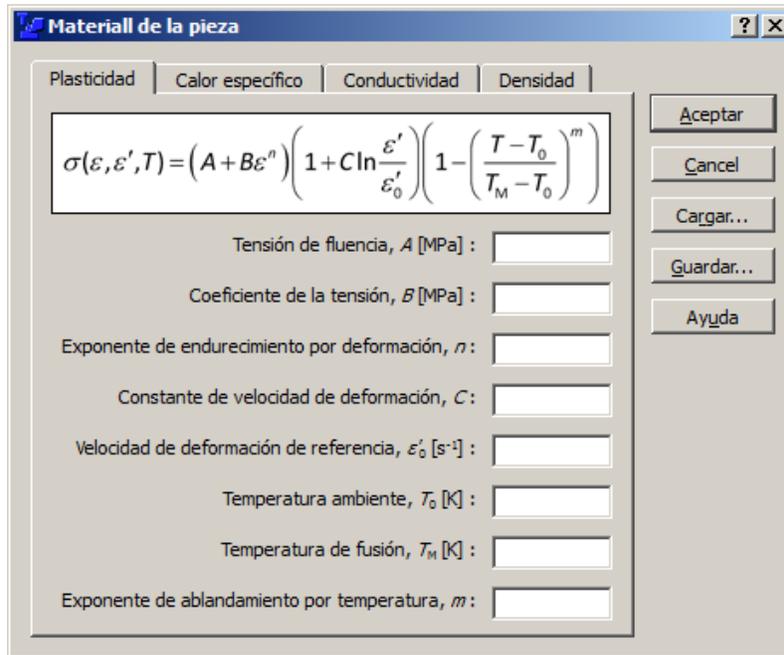


Figura 19 Cuadro de diálogo «Material de la pieza»  
(hoja de coeficientes del modelo de plasticidad)

Se puede, a través de la caja numérica correspondiente, establecer el orden del modelo, que puede ir desde un modelo de orden cero (constante) hasta un modelo de sexto orden. Al cambiar el orden del modelo, se habilitarían o deshabilitarían los cuadro de texto de los coeficientes correspondientes.

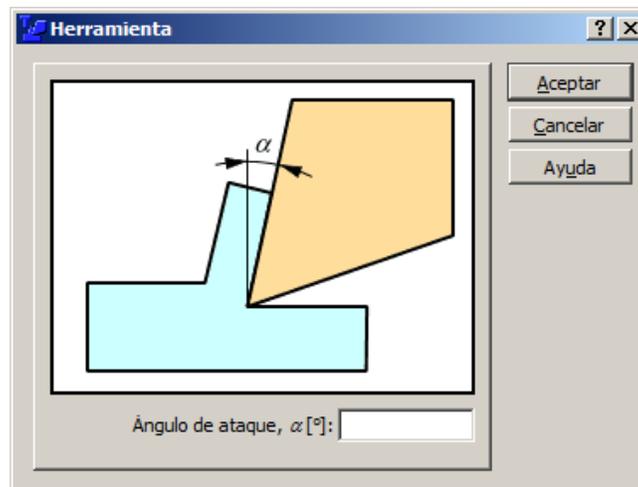


Figura 2.20 Cuadro de diálogo «Herramienta»

En el cuadro de diálogo «Herramienta» (Fig. 20) se introduce el ángulo de ataque de la cuchilla,  $\alpha$ , para la cual se cuenta con la caja de texto correspondiente.

En el cuadro de diálogo «Parámetros de las iteraciones» (Fig. 21), se establecen los parámetros de los ciclos de iteración, establecidos en los algoritmos del programa, para el cálculo de: la razón entre el ancho de la zona secundaria de cizallamiento (ZSC) y el ancho de la viruta deformada,  $\delta$ ; la constante de velocidad de deformación,  $C_0$ ; el ángulo de cizallamiento,  $\phi$ ; la temperatura media del plano de cizallamiento,  $T_{AB}$ ; la temperatura media de la viruta,  $T_c$ .

Parámetro	Valor inicial	Paso de iteración	Iteraciones máximas
Razón entre el ancho de la ZSC y el ancho de la viruta deformada, $\delta$ :	0.005	0.005	100
Constante de velocidad de deformación, $C_0$ :	2	0.1	100
Ángulo de cizallamiento, $\phi$ :	45	0.1	100
Temperatura de plano de cizallamiento, $T_{AB}$ :		0.1	100
Temperatura media de la viruta, $T_c$ :		0.1	100

Figura 21 Cuadro de diálogo «Parámetros de las iteraciones»

Para los ciclos de las temperaturas medias del plano de cizallamiento y de la viruta, no es necesario introducir el valor inicial ya que éste se determina a partir de la temperatura ambiente.

## 5. Ejecución de las simulaciones.

Para la ejecución de las simulaciones, se consideró el proceso de corte ortogonal de un acero AISI 1045, cuyo comportamiento termoviscoplastico está dado por el modelo de Johnson-Cook:

$$\sigma(\varepsilon, \dot{\varepsilon}, T) = (553,1 + 600,8\varepsilon^{0,234})(1 + \ln \dot{\varepsilon}) \left( 1 - \frac{T - 293}{1733 - 293} \right); \text{ [MPa]} \quad (44)$$

mientras que el calor específico,  $c(T)$ , la conductividad térmica,  $\kappa(T)$  y la densidad de masa,  $\rho(T)$ , están dadas por las expresiones:

$$c(T) = 420 + 0,504T \text{ [J/(kg}\cdot\text{K)]}; \quad (45a)$$

$$\kappa(T) = 52,61 - 0,0281T \text{ [W/(m}\cdot\text{K)]}; \quad (45b)$$

$$\rho(T) = 8000 \text{ [kg/m}^3\text{]}. \quad (45c)$$

Nótese que el calor específico y la conductividad son linealmente dependientes de la temperatura (modelos de primer orden), mientras que la densidad de masa se considera constante (modelo de orden cero).

Los parámetros de la operación (velocidad de corte y avance) y el ángulo de ataque de la herramienta, se tomaron los correspondientes a un diseño factorial de Box-Behnken, donde los respectivos niveles para los tres factores se ofrecen en la Tabla 1

*Tabla 1 Diseño experimental para los parámetros de corte*

<i>Factores experimentales</i>	<i>Niveles</i>		
	<i>Bajo</i>	<i>Medio</i>	<i>Alto</i>
Velocidad de corte, $v$ [m/min]	80	160	240
Avance, $f$ [mm/rev]	0,15	0,35	0,55
Ángulo de ataque, $\alpha$ [°]	0	5	10

Se consideró una profundidad de corte,  $w = 1$  mm, para todos los casos. En la Tabla 2 se muestran las fuerzas de corte,  $F_c$ , y de avance,  $F_t$ , la temperatura de la interfaz herramienta-viruta,  $T_{int}$ , la tensión normal,  $\sigma_n$ , y la velocidad de la viruta,  $v_c$ , calculada mediante la simulación para cada uno de los puntos experimentales.

Tabla 2 Resultados de la simulación por la teoría de Oxley

No	Factores experimentales			Resultados de la simulación				
	$f$ [mm/rev]	$v$ [m/min]	$\alpha$ [°]	$F_c$ [N]	$F_t$ [N]	$T_{int}$ [°C]	$\sigma_n$ [MPa]	$v_c$ [m/min]
1	0.15	80	5	338	192	993	742	30.7
2	0.15	160	0	326	174	1143	844	65.8
3	0.15	160	5	292	128	1114	844	74.7
4	0.15	160	10	263	91	1089	845	83.3
5	0.15	240	5	271	101	1195	896	123.1
6	0.35	80	0	732	377	1156	843	33.9
7	0.35	80	5	656	276	1136	844	38.3
8	0.35	80	10	592	195	1111	846	42.7
9	0.35	160	0	647	262	1298	917	80.1
10	0.35	160	0	647	262	1298	917	80.1
11	0.35	160	5	584	183	1276	924	89.1
12	0.35	160	10	530	119	1254	933	97.7
13	0.35	240	0	609	211	1375	953	130.2
14	0.35	240	5	550	142	1355	964	143.8
15	0.35	240	10	529	119	1255	934	97.8
16	0.55	80	5	948	335	1223	887	42.2
17	0.55	160	0	944	325	1379	946	87.2
18	0.55	160	5	854	218	1360	957	96.3
19	0.55	160	10	776	130	1332	970	105.0
20	0.55	240	5	811	166	1434	989	153.9

## 6. Análisis de los resultados.

Para valorar la precisión del modelo de Oxley, se comparó con los resultados obtenidos a partir del método de elementos finitos (Borges et al. 2012) y con resultados empíricos. Se consideró la fuerza de corte, al ser un parámetro representativo del proceso de corte y muy bien estudiado desde el punto de vista experimental.

Para la comparación se utilizó la expresión empírica (Tschätsch 2009):

$$F_c^{\text{exp}} = 2243 \frac{f^{0.75} (1.1 - 0.1\alpha)}{v^{0.15}}; \quad (46)$$

con la cual se obtuvieron los resultados mostrados en la Tabla 3.

*Tabla 3 Errores de las predicciones del modelo con respecto a los resultados empíricos*

No.	Factores experimentales			Fuerza de corte, $F_c$		
	$f$ [mm/rev]	$v$ [m/min]	$\alpha$ [°]	FEM	Oxley	Empírico
1	0.15	80	5	342	338	294
2	0.15	160	0	373	326	278
3	0.15	160	5	336	292	265
4	0.15	160	10	318	263	253
5	0.15	240	5	332	271	250
6	0.35	80	0	923	732	582
7	0.35	80	5	807	656	555
8	0.35	80	10	738	592	529
9	0.35	160	0	876	647	524
10	0.35	160	0	875	647	524
11	0.35	160	5	822	584	501
12	0.35	160	10	714	530	477
13	0.35	240	0	882	609	494
14	0.35	240	5	786	550	471
15	0.35	240	10	738	529	449
16	0.55	80	5	1249	948	780
17	0.55	160	0	1303	944	736
18	0.55	160	5	1233	854	703
19	0.55	160	10	1129	776	669
20	0.55	240	5	1227	811	661

En la Fig. 22 se puede observar una representación gráfica de los errores para ambos modelos.

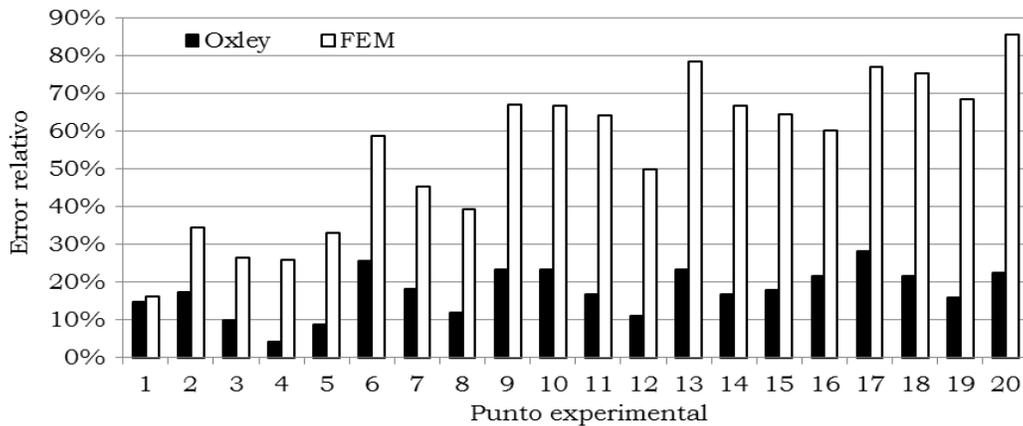


Figura 22 Errores relativos entre los valores de fuerzas de corte predichas por los modelos de Oxley y de elementos finitos.

Como se puede apreciar, los resultados ofrecidos por la teoría predictiva de Oxley están por debajo del 30%, mientras que, los ofrecidos por el método de elementos finitos, llegan a superar, puntualmente, el 80%.

## 7. Conclusiones.

Como se pudo apreciar, los resultados de ambos modelos presentan una notable coincidencia cualitativa en sus predicciones de las componentes de la fuerza de corte y de la velocidad de la viruta. Por el contrario, las predicciones de temperatura y tensión en la interfaz herramienta-viruta, no son coincidentes. Los valores de fuerza de corte, ofrecidos por la teoría predictiva de Oxley son más cercanos a los empíricos que los ofrecidos por el método de elementos finitos.

A pesar de la coincidencia lograda en algunos parámetros y con los resultados experimentales, aún es necesario refinar el modelo basado en la teoría de Oxley, con vistas a obtener predicciones lo suficientemente precisas como para ser utilizadas en las aplicaciones prácticas.

## 8. Referencias.

- Borges, O.; Alonso, C. E.; López, O.; Quiza, R.; Rivas, M., 2012. *Modelación de los procesos de corte ortogonal utilizando elementos finitos*. CD Monografías 2012, Universidad de Matanzas. ISBN 978-959-16-2070-5.
- Brocail, J.; Watremez, M.; Dubar, L., 2010. "Identification of a friction model for modelling of orthogonal cutting". *International Journal of Machine Tools and Manufacture*, 50 (9), pp.807-814, DOI: 10.1016/j.ijmactools.2010.05.003

- Chaboche, J.L., 2008. "A review of some plasticity and viscoplasticity constitutive theories". *International Journal of Plasticity*, 24 (10), pp.1642-1693, DOI: 10.1016/j.ijplas.2008.03.009.
- Childs, T.; Mekawa, K.; Obiwaka, T.; Yamano, Y., 2000. *Metal Machining: Theory and Applications*. New York (USA): John Wiley & Sons, ISBN: 0470392452.
- Green, D.W.; Perry, R.H. (eds.), 2008. *Perry's Chemical Engineering Handbook*. New York
- Lalwani, D.I.; Mehta, N.K.; Jain, P.K., 2009. "Extension of Oxley's predictive machining theory for Johnson and Cook flow stress model". *Journal of Materials Processing Technology*, 209 (12-13), pp.5305-5312, DOI: 10.1016/j.jmatprotec.2009.03.020.
- Mohammadpour, M.; Razfar, M.R.; Jalili Saffar, R., 2010. "Numerical investigating the effect of machining parameters on residual stresses in orthogonal cutting". *Simulation Modelling Practice and Theory* 18 pp. 378–389, DOI: 10.1016/j.simpat.2009.12.004.
- Özel, T.; Zeren, E., 2004. "Determination of work material flow stress and friction for FEA of machining using orthogonal cutting tests". *Journal of Materials Processing Technology*, 153-154 (0), pp.1019-1025, DOI: 10.1016/j.jmatprotec.2004.04.162.
- Tschätsch, H., 2009. *Applied machining technology*. Berlin: Springer. ISBN 978-3-642-01006-4.